

单元素养测评卷(一)

第一章

时间:120分钟 分值:150分

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 下列关系正确的是 ()

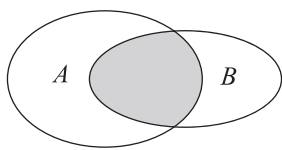
- A. $a \subseteq \{a, b, c\}$ B. $\emptyset \in \{0\}$
C. $\{0, 1\} \subseteq \mathbf{N}$ D. $\sqrt{2} \in \mathbf{Q}$

2. [2023·长沙长郡中学高一月考] 已知命题 $p: \exists a > 0, a + \frac{1}{a} < 2$, 则命题 p 的否定为 ()

- A. $\forall a \leq 0, a + \frac{1}{a} \geq 2$
B. $\forall a > 0, a + \frac{1}{a} \geq 2$
C. $\exists a \leq 0, a + \frac{1}{a} \geq 2$
D. $\exists a > 0, a + \frac{1}{a} \geq 2$

3. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | 1 \leq x \leq 10\}$, $B = \{-3, 2\}$, 则图中阴影部分表示的集合为 ()

- A. $\{2\}$
B. $\{3\}$
C. $\{-3, 2\}$
D. $\{-2, 3\}$



4. 已知 $p: x < 3, q: -1 < x < 3$, 则 q 是 p 的 ()

- A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

5. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | 0 < x < 6, x \in \mathbf{N}\}$, 则满足 $A \subseteq C \subseteq B$ 的集合 C 的个数为 ()

- A. 4 B. 8
C. 7 D. 16

6. 已知集合 $A = \{x | x < a\}$, $B = \{x | 1 \leq x < 2\}$, 若 $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $\{a | a \leq 1\}$
B. $\{a | a < 1\}$
C. $\{a | a \geq 2\}$
D. $\{a | a > 2\}$

7. “ $\forall x \in \{x | -1 \leq x \leq 1\}, x^2 - a \leq 0$ ”是真命题的一个充分不必要条件是 ()

- A. $a \geq 1$ B. $a \geq 0$
C. $a \geq 10$ D. $a \leq 10$

8. 已知集合 $M = \{x \in \mathbf{N} | 1 \leq x \leq 15\}$, 集合 A_1, A_2, A_3 满足: ①每个集合都恰有5个元素; ② $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = M$. 集合 A_i ($i=1, 2, 3$) 中元素的最大值与最小值之和称为集合 A_i ($i=1, 2, 3$) 的特征数, 记为 X_i ($i=1, 2, 3$), 则 $X_1 + X_2 + X_3$ 的最大值与最小值的和为 ()

- A. 56 B. 72
C. 87 D. 96

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. [2024·沈阳二中高一月考] 下列说法正确的有 ()

- A. 比较接近1的整数的全体能构成一个集合
B. 由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合, 其元素的个数最多为2
C. 设 $x, y \in \mathbf{R}, A = \{(x, y) | y = x\}, B = \{(x, y) | \frac{y}{x} = 1\}$, 则 $A = B$
D. 若集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, 集合 $N = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $M \subseteq N$

10. [2023·辽宁凤城一中高一月考] 对于给定整数 k , 如果非空集合 A 满足如下三个条件: ① $A \subseteq \mathbf{N}^*$; ② $A \neq \{1\}$; ③ $\forall x, y \in \mathbf{N}^*$, 若 $x + y \in A$, 则 $xy + k \in A$. 那么称集合 A 为“增 k 集”. 则下列命题中为真命题的是 ()

- A. 若集合 P 是“增1集”, 则集合 P 中至少有两个元素
B. 若集合 Q 是“增2集”, 则 $Q \cup \{1\}$ 也一定是“增2集”
C. 正整数集 $\mathbf{N}^*$ 一定是“增1集”
D. 不存在“增0集”

11. [2023·江苏盐城高一期中] 已知集合 $P = \{x | -2 < x \leq 5\}$, $Q = \{x | k - 1 \leq x \leq k + 1\}$, 当 $k \in M$ 时, $P \cap (\complement_{\mathbf{R}} Q) = P$ 恒成立, 则集合 M 可以为 ()

- A. $(-\infty, -3]$
B. $[6, +\infty)$
C. $\{8, -8\}$
D. $(-\infty, -3] \cup (6, +\infty)$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 某班举行数学、物理、化学三科竞赛, 每名同学至少参加一科, 已知参加数学竞赛的有27人, 参加物理竞赛的有25人, 参加化学竞赛的有27人, 其中同时只参加数学、物理两科的有10人, 同时只参加物理、化学两科的有7人, 同时只参加数学、化学两科的有11人, 而参加数学、物理、化学三科的有4人. 则全班共有_____人.

13. 设集合 $A = \{x | m \leq x \leq m + \frac{2}{3}\}$, $B = \{x | n - \frac{1}{2} \leq x \leq n\}$, 且 A, B 都是集合 $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 的子集, 如果把 $b - a$ 叫作集合 $\{x | a \leq x \leq b\}$ 的“长度”, 那么集合 $A \cap B$ 的“长度”的最小值是_____.

14. [2023·江苏射阳中学高一月考] 设全集 $U = \{5, 6, 7, 8, 9\}$, 若 $A \cap B = \{8\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{6\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{5, 9\}$, 则集合 $A =$ _____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 判断下列命题是否为全称量词命题或存在量词命题, 如果是, 写出该命题的否定, 并判断该命题的否定的真假, 不必证明; 如果不是, 需判断该命题的真假, 并给出证明.
- (1) 存在实数 x , 使得 $x^2 + 2x + 3 \leq 0$;
- (2) 有些三角形是等边三角形;
- (3) 方程 $x^2 - 8x - 10 = 0$ 的每一个根都不是奇数;
- (4) 若 $ab \neq 0$, 则“ $a + b = 1$ ”的充要条件是“ $a^2 + b + ab - a^2 - b^2 = 0$ ”.

16. (15 分) (1) 已知集合 $A = \{(x, y) \mid 2x - y = 0\}$, $B = \{(x, y) \mid 3x + y - 5 = 0\}$, 求 $A \cap B$.
- (2) 已知集合 $A = \{1, 9, a^2\}$, $B = \{1, a + 6\}$, 是否存在实数 a , 使得 $A \cup B = A$? 若存在, 试求出实数 a 的值; 若不存在, 请说明理由.

17. (15 分) [2024 · 南昌高一期末] 在① $A \cap B = B$; ② “ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要条件; ③ $B \cap \complement_{\mathbf{R}} A = \emptyset$ 这三个条件中任选一个, 补充到下面的问题中, 并解答.
- 问题: 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid y = \sqrt{x + a}, y \in \mathbf{R}\}$.
- (1) 当 $a = 1$ 时, 求 $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B$;
- (2) 若 _____, 求实数 a 的取值范围.

18. (17 分) 已知集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x \mid m - 1 \leq x \leq 2m + 1\}$.
- (1) 当 $x \in \mathbf{N}^*$ 时, 求集合 A 的非空真子集;
- (2) 当 $x \in \mathbf{R}$ 时, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

19. (17 分) 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid 0 < x < 5\}$, 非空集合 $B = \{x \mid 1 - 2a^2 \leq x \leq 1 + 2a\}$, 其中 $a \geq 0$.
- (1) 当 $a = 1$ 时, 求 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.
- (2) 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的 _____ 条件, 求实数 a 的取值范围 (请在“①充分, ②必要”两个条件中选一个条件填入横线后作答).